

早稲田大学 数物系科学拠点 数物系科学コース修了報告書 (2019年9月~2020年3月)

数物系科学コース在籍期間 2017年9月~2020年3月

博士学位受領大学	取得学位名	区分(課程・論文)	受領年月日
早稲田大学	博士 (理学)	課程	2020年3月15日

2017年9月進入

数学応用数理専攻

鶴見 裕之

I. 論文

1. H. Tsurumi, "The stationary Navier-Stokes equations in the scaling invariant Triebel-Lizorkin spaces", *Differ. Integral Equations* Vol.32 (2019), 323-336.
2. H. Tsurumi, "Ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in Besov spaces", *J. Math. Anal. Appl.* Vol.475 (2019), 1732-1743.
3. H. Tsurumi, "Well-posedness and ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in toroidal Besov spaces", *Nonlinearity* Vol.32 (2019), 3798-3819.
4. H. Tsurumi, "Well-posedness and ill-posedness problems of the stationary Navier-Stokes equations in scaling invariant Besov spaces" *Arch. Ration. Mech. Anal.* Vol. 234 (2019), 911-923.
5. H. Tsurumi, "Counter-examples of the bilinear estimates of the Holder type inequality in homogeneous Besov spaces", *Tokyo J. Math.* (2020), in press.
6. H. Tsurumi, "The two-dimensional stationary Navier-Stokes equations in toroidal Besov spaces", submitted.

II. 受賞歴

2019年度日本数学会賞 建部賢弘奨励賞

III. 研究発表

1. H. Tsurumi, "Ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in Besov spaces", IRTG seminar, ドイツ・ダルムシュタット工科大学, 2017年10月.
2. H. Tsurumi, "Well-posedness and ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in Triebel-Lizorkin spaces", 第15回日独流体数学国際研究集会, 早稲田大学, 2018年1月.
3. 鶴見 裕之, "Ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in homogeneous Besov spaces", 若手による流体力学の基礎方程式研究集会, 名古屋大学, 2018年1月.
4. 鶴見 裕之, "Solutions of the stationary Navier-Stokes equations in homogeneous Besov and Triebel-Lizorkin spaces", RIMS 共同研究(公開型) 『関数空間の深化とその周辺』, 京都大学, 2018年2月.
5. 鶴見 裕之, "Solutions of the stationary Navier-Stokes equations in homogeneous Besov and Triebel-Lizorkin spaces", 若手のための偏微分方程式と数学解析, 福岡大学セミナーハウス, 2018年2月.
6. 鶴見 裕之, "Well-posedness and ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in Besov spaces", Japanese-Indonesian International Workshop on Mathematical Fluid Dynamics, 早稲田大学, 2018年3月.
7. 鶴見 裕之, "Solutions of the stationary Navier-Stokes equations in homogeneous Triebel-Lizorkin spaces" および "Ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in homogeneous Besov spaces", 日本数学会 2018年度年会, 東京大学, 2018年3月.
8. 鶴見 裕之, "Solutions of the stationary Navier-Stokes equations in homogeneous Besov and Triebel-Lizorkin spaces", 名古屋微分方程式セミナー, 名古屋大学, 2018年5月.
9. 鶴見 裕之, "Counter examples of the bilinear estimates of the Hölder type inequality in homogeneous Besov spaces" および "Ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in scaling invariant homogeneous Besov spaces", 日本数学会 2018年度秋季総合分科会, 岡山大学, 2018年9月.
10. H. Tsurumi, "Well-posedness and ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in scaling invariant Besov spaces", International Conferences on PDEs from fluids, 中国・武漢大学, 2018年10月.

11. 鶴見 裕之, “Well-posedness and ill-posedness problems of the stationary Navier-Stokes equations in scaling invariant Besov spaces”, RIMS 共同研究(公開型) 『関数空間の一般化とその周辺』, 京都大学, 2018 年 11 月.
12. H. Tsurumi, “On the ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in scaling invariant Besov spaces”, RIMS 共同研究(公開型) 『Mathematical Analysis of Viscous Incompressible Fluid』, 京都大学, 2018 年 12 月.
13. 鶴見 裕之, “Well-posedness and ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in the scaling invariant Besov space”, 信州微分方程式セミナー, 信州大学, 2018 年 12 月.
14. 鶴見 裕之, “Besov 空間における定常 Navier-Stokes 方程式の適切・非適切性”, 第 41 回発展方程式若手セミナー, 群馬県渋川市, 2019 年 8 月.
15. 鶴見 裕之, “On the ill-posedness of the stationary Navier-Stokes equations in Besov spaces”, 微分方程式の総合的研究, 東京工業大学, 2019 年 12 月.

IV. 2019 年度の研究概要

定常 Navier-Stokes 方程式における外力に対する解の一意存在性および連続依存性 (適切性) を, 2 次元トーラス上の斉次 Besov 空間において考察した. 結果として任意の $\varepsilon > 0, (p, q) \in ([1, 2) \times [1, \infty]) \cup (\{2\} \times [1, 2])$ に対し, 外力の空間 $\dot{B}_{p+\varepsilon, q}^{-3+2/p}$, 解の空間 $\dot{B}_{p+\varepsilon, q}^{-1+2/p}$ に対する適切性の結果を得た. これらの空間はそれぞれ外力, および速度場のスケール変換 (周期変換) に対して不変な空間に $\varepsilon \rightarrow 0$ で肉薄するものである. また上記以外の p, q の場合には一般的には適切性が保証されないことを, 連続依存性が破綻する例を構築することによって示した.

また, 現在では Xin Zhang 氏 (早大理工総研次席研究員) と共同で, 上記同方程式の適切性を 2 次元全空間上の斉次 Besov 空間においても研究中である.

V. 総括 (2017 年 4 月~2020 年 3 月)

博士後期課程ならびに本コースにおいて, 私は専ら定常 Navier-Stokes 方程式の適切性および非適切性に関する研究を行って参りました. 研究室の先輩であった金子健太氏の修士論文を基礎として, 実解析の基礎と過去の非適切性の先行研究を参考に, Besov 空間の枠組みでの適切性と非適切性の線引きに関して一定の結果を挙げることができました.

2017 年 10 月~12 月にはドイツのダルムシュタット工科大学に短期留学し, 自身の研究について深化を図りました. 特に, 当時同大学のポスドクであった Patrick Tolksdorf 氏 と Martin Saal 氏には Triebel-Lizorkin 空間やトーラス上の Besov 空間上での研究に関して貴重な示唆を頂きました. この留学に関し, かつて本コースに携わっておられた池崎那津子様には航空券の手配や旅費事務に関して大変お世話になりました.

本コースでは, 年に 2 度の研究報告会や専攻外の講義の受講を通して, 様々な分野で研究をされている先生方や学生の皆さんと交流することができました. 特に『非線形力学特別講義』においてはゲスト・マーティン先生, 吉村浩明先生, 及び彭林玉先生の講義を通して, 馴染みの少なかった力学系や幾何学に関する基礎や最新の研究動向について初歩的な部分から学ぶことができました. 他分野に触れることで, 自分の専攻する研究の意義を見つめなおすことができた大変良い機会だったと思います.

またさらに, 海外を含めた他の大学の研究者が集う研究集会において貴重な講演の機会を頂きました. ここでの発表をきっかけに, 上記の Xin Zhang 氏との共同研究に繋げることができました. 以上のように, 本コースにおいては多くの出会いの場を通じて, これからの研究活動にも繋がる大変貴重な経験をさせて頂きました. 本コースに携わる先生方, また秘書の石崎由香利様に厚く御礼申し上げます. 卒業後も何らかの形でまた本コースのお手伝いをさせて頂きたく存じます.