

研究の概要

非定常および定常 Navier-Stokes 方程式の調和解析学的研究

3次元空間内の有限個の閉曲面で囲まれる多重連結領域における定常 Navier-Stokes 方程式の非斉次境界値問題に対して、可解性と安定性について論じた。特に与えられた境界値が一般化された流量条件を満たす場合に考察し、領域の調和ベクトル場に関係するある変分不等式を満たせば可解であることを証明した。この結果は、Leray-Fujita の不等式による既存の存在定理をすべて含むものである。安定性に関しては、主流が剛体からの摂動であれば、大きな流れであっても漸近安定であることを示した。また、境界がコンパクトでは一般の非有界領域において、通常の L^p -空間とは異なる新たな \tilde{L}^p -空間を導入し、Helmholtz 分解の一般化と Stokes 方程式の最大正則性定理を確立した。応用として、任意の L^2 -初期データに対して強エネルギー不等式をみたす乱流解を構成した。

非圧縮性粘性流体中における走化性方程式系の適切性の研究

n 次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^n において、Keller-Segel 方程式系と Navier-Stokes 方程式の双方が混合した場合について考察し、小さな初期データに対して時間大域的軟解の存在、一意性およびその時間無限大における漸近挙動を証明した。解のクラスとしては、スケール不変な函数空間におけるものであり、特に弱 L^p -空間が基礎となっている。応用として、斉次函数である初期データに対する自己相似解の存在が得られた。

流体力学の基礎方程式の研究に関する最近の動向のまとめ

Navier-Stokes 方程式と Euler 方程式におよびそれらの関連分野に関する研究をまとめた。主な題材として

- (i) 弱解の存在、一意性および正則性
- (ii) 弱解の特異点と強解の有限時間爆発
- (iii) 渦度とエネルギー保存則
- (iv) 回転流体および回転する物体の周りの流れ
- (v) 自由境界問題
- (vi) 最大正則性定理とその流体の基礎方程式への応用

を取り上げた。

学術論文および著書

1. 小藪英雄, 非圧縮性ナビエ・ストークス方程式の定常・非定常流の調和解析的研究数学第 67 巻 (2015), 113–132.
2. Kozono, H., Sugiyama, Y., Miura, M., Existence and uniqueness theorem on mild solutions to the Keller-Segel system coupled with the Navier-Stokes fluid, J. Funct. Anal. 270(2016), 1663-1683.

3. Amann, H., Giga, Y., Kozono, H., Okamoto, H., Yamazaki, M., Recent developments of mathematical fluid mechanics, *Advances in Mathematical Fluid Mechanics*, Birkh'auser-Verlag, 2016

口頭発表・講演

1. Workshop on the Navier-Stokes Equations, in honour of Prof. Reinhard Farwig's 60th birthday April 22 - 23, 2015 TU Darmstadt, Fraunhofer Institut (IGD) ドイツ 2015年4月23日
講演題目:**Stability of large solutions to the stationary Navier-Stokes equations in 3D multi-connected domain.**
2. 理工文化論 早稲田大学理工学術院 2015年5月2日
講演題目:**Navier-Stokes 方程式のミレニアム問題**
3. 大阪大学 数理・データ科学セミナー 数理モデルシリーズ第1回 2015年5月20日
講演題目:**非圧縮性粘性流体の数学的研究—数学のミレニアム問題.**
4. 大阪大学微分方程式セミナー 2015年6月26日
講演題目:**Navier-Stokes equations with external forces in Lorentz spaces and its applications to the self-similar solution.**
5. 名古屋大学大学院多元数理科学研究科談話会 2015年7月1日
講演題目:**Harmonic vector fields and its applications to the stationary Navier-Stokes equations in multi-connected domains.**
6. Banach Center Conference, Mathematical Fluid Mechanics: Old Problems, New Trends - a week for Wojciech Zajackowski 30.08.2015 – 05.09.2015 Bedlewo, Poland ポーランド 2015年9月1日
講演題目:**Hadamard variational formula for eigenvalues of the Stokes equations and its application.**
7. 日本数学会秋期総合分科会 函数方程式論分科会 2015年9月16日
講演題目:**Navier-Stokes equations with external forces in Lorentz spaces and its application to the self-similar solutions.**
8. Harmonic Analysis and its Applications in Tokyo 2015 November 27 – 29, 2015 早稲田大学 2015年11月27日
講演題目:**Hadamard variational formula for eigenvalues of the Stokes equations and its application.**
9. 奈良女子大学 数学教室談話会 2015年12月2日
講演題目:**Hadamard variational formula for the Stokes equations and its application to the shape of domains.**
10. 九州函数方程式論セミナー 九州大学 2016年1月15日
講演題目:**New a priori estimate of the 3D Navier-Stokes equations and its application to the Liouville-type theorem.**

11. 北海道大学数学教室微分方程式セミナー 北海道大学 2016年1月18日
講演題目: **Navier-Stokes equations with external forces in Lorentz spaces and its applications to the self-similar solution.**
12. The 16th International Conference, Graduate School of Mathematics, Nagoya University, Navier-Stokes equations and related topics, March 7–11 2016 名古屋大学 2016年3月9日
講演題目: **New a priori estimate of the 3D Navier-Stokes equations and its application to the Liouville-type theorem.**

海外渡航

- (i) ドイツ Darmstadt 工科大学 2015年4月19日～23日
- (ii) ポーランド Banach センター 2015年8月31日～9月4日

非常勤講師, 集中講義

- (i) 大阪大学大学院基礎工学研究科集中講義 2015年6月22日～6月27日
講義科目: 数理特論 I
講義目的: 流体力学の基礎方程式である Navier-Stokes 方程式の数学解析の基礎理論を学び, 近年発展した定常問題を中心とする理論を概観することを目的とする.
- (ii) 奈良女子大学理学部集中講義 2015年11月30日～12月4日
講義科目: 数学特別講義 II
講義概要: 前半はコンパクト作用素など函数解析の基礎を解説した後, その応用としてして線形楕円型偏微分方程式の境界値問題の弱解の存在定理を紹介する. 後半は写像度の概念を紹介し, 定常ナビエ・ストークス方程式の弱解の存在定理の証明する.
- (iii) 東京大学大学院数理学研究科および理学部集中講義 2015年12月14日～12月18日
講義科目: 数理科学特別講義 III (大学院), 数理科学続論 C (学部)
講義目的: 流体力学の基礎方程式である Navier-Stokes 方程式の解法に有益である関数解析, 実関数論および偏微分方程式論等の現代解析学の理論を学び, 同方程式の定常問題の可解性について最新の研究に触れる.

学会その他学内・外における活動

Journal of Mathematical Fluid Mechanics, Editorial Board, Journal of Mathematical Society of Japan, Editorial Board, Funkcialaj Ekvacioj, Editorial Board, 日本数学会・理事

- (i) JSPS Program of The Japanese-German Graduate Externship "Mathematical Fluid Dynamics" Darmstadt-Waseda(DFG-JSPS) Joint International Conference and Autumn School 2015 組織委員
日時: 2015年10月5日～8日 場所: ダルムシュタット工科大学
- (ii) 独立行政法人日本学術振興会 日独共同大学院プログラム JSPS-DFG Japanese-German Graduate Externship 第12回流体数学国際研究集会 The 12th Japanese-German International Workshop on Mathematical Fluid Dynamics
日時: 2016年3月1日～4日 場所: 早稲田大学