

## 柴田良弘 2020 年度活動記録

### 研究概要

レゾルベント問題に対する  $R$ -有界作用素の理論とその流体数学への応用に関し研究活動を行った。  $R$ -有界作用素の理論は初期値境界値問題、時間周期解の高周波部分の最大正則性原理の確立に統一的な方法を与える。従って流体数学に表れる非線形問題の時間局所解の一意存在の証明は一般論をもって確立される。一方初期値・境界値問題の時間大域解、時間周期解の存在は低周波部分の解析が本質となるがこれについても多くの新しい知見を得ている。昨年度に引き続き Navier-Stokes 方程式を含む放物型方程式系研究について全く新しい方法論を確立と重大な成果をあげ偏微分方程式研究において早稲田大学を世界に冠たる発信地とすることに貢献している。

具体的な成果としては、

- 1)  $R$ -有界作用素の枠組みで非斉次境界条件かでの放物型方程式系の最大正則性原理を初期値境界値問題について示す方法を確立した。
1. 多重成分をもつ流体運動の基礎方程式に対し  $L_p$ - $L_q$  最大正則性原理を示した。
2. 電磁場閉じ込めを他の電磁場をかけることにより生じる MHD 方程式の 2 相問題の線形化問題の  $L_p$ - $L_q$  最大正則性原理を示した。
3. 非圧縮性粘性流体の自由境界問題の時間周期解の存在定理を示した。この結果は物理的には重要な問題であるが、数学的に方法論がないため全く手つかずの問題であったが、高周波部分の最大正則性原理を導く  $R$ -有界な解作用素理論により解決し世界に先駆けた研究結果である。
4. Navier—Stokes 方程式の自由境界問題は放物型準線形方程式となり、方程式の解のクラスを表す指数  $p, q$  に Sobolev の埋め込み定理から来る  $2/p + N/q < 1$  という制限が従来つけられていた。これは例えば時間 2 乗可積分なる最大正則性クラスを排除していた。Sobolev の埋め込み定理などを精密に使うことで  $p=2$  を含むようなより広い指数のクラスで Navier—Stokes 方程式の自由境界問題の時間局所解の一意存在を示した。
5. キャピテーション現象など気液混合の複雑な流体運動の数学的記述を可能とする方程式系として期待されている Navier-Stokes-Korteweg 方程式系の時間大域解の一意存在を全空間で示した。準線形放物型方程式系と見なせる方程式系であるが、最大正則性原理と低階項の時間減衰との組み合わせにより時間大域解の一意存在を示した。数学的な方法論としては前年度の Schonbek-Shibata による Liquid Crystal の  $Q$ -tensor モデルに対するものと本質的に同様である。昨年度の Schonbek-Shibata と今年度の Murata-Shibata により柴田により開発された最大正則性原理と半群の  $L_p$ - $L_q$  減衰評価の組み合わせによる時間大域的な最大正則性原理により、非有界領域での準線形放物型方程式系の時間大域解の一意存在定理の証明法が確立された。

## 1) 研究発表等の実績

### ①論文発表リスト

(論文名、著者名、学会誌名、巻(号)、最初と最後の頁、発表年(西暦)の各項目)、  
DOI(Digital Object Identifier)

1. Tomasz Piasecki, Yoshihiro Shibata and Ewelina Zatorska, On the maximal  $L_p$ - $L_q$  regularity of solution to a general linear parabolic system, Journal of Differential Equations, 268 巻 2020 年, 3332--3369.
2. E. Frolova and Y. Shibata, On the maximal  $L_p$ - $L_q$  regularity theorem for the linearized electro-magnetic field equations with interface conditions, Zapiski Nauchn. Sem. POMI, 489 巻 2020 年, p.130-172.
3. Thomas Eiter, Mads Kyed, and Yoshihiro Shibata, On periodic solutions for one-phase and two-phase problems of the Navier-Stokes equations, Journal of Evolution Equations, 2020 年, 1-60 DOI:10.1007/s00028-020-00619-5
4. Hirokazu Saito, Yoshihiro Shibata, and Xin Zhang, Some free boundary problem for two-phase inhomogeneous incompressible flows, SIAM J. Math. Anal., 52 巻 4 号 2020 年, 3397-3443. DOI: 10.1137/18m1225239
5. Miho Murata and Yoshihiro Shibata, The global well-posedness for the compressible fluid model of Korteweg type, SIAM J. Math. Anal., 52 巻 6 号 2020 年, 6313--6337. <https://doi.org/10.1137/19M1282076>

### ②学会発表リスト

(発表者名、発表表題、学会等名、発表年月日、発表場所、招待講演については、先頭に◎)

- ◎1. Yoshihiro Shibata,  $R$ -bounded solution operators and mathematical fluid dynamics, Fudan International Seminar on Analysis, PDEs, and Fluid Mechanics, 2021 年 1 月 14 日 22:00-23:00(日本時間)
2. Yoshihiro Shibata,  $R$ -bounded solution operators and mathematical fluid dynamics, A lecture series on mathematical fluid dynamics in Waseda, 2021 年 3 月 9 日-12 日

### ③学術図書等発行リスト

(表者名、出版社、書名、発表年、単著・共著)

- Giovanni P. Galdi and Yoshihiro Shibata, Springer, Mathematical Analysis of the Navier-Stokes Equations, 2020 年、共著

## 1) 研究活動等の実績

- ①研究会・セミナー等の活動実績(タイトル, 参加人数, 概要・特記事項)
- ②シンポジウム・ワークショップ等の開催状況(タイトル, 多言語での発信の有無, 参加人数, URL, 一般傍聴可否・概要・特記事項)

次の会議を主催した.

2020/12/1~2020/12/4

International Workshop on Multiphase Flows Analysis, Modelling and Numerics

「Oxford-Waseda in Mathematics」

<http://www.sgu-mathphys.sci.waseda.ac.jp/event/ws2020/index.html>

Zoom ウェビナー によるオンライン開催 (YouTube 同時配信) 英語

参加者人数 168 名

概要

本ワークショップは例年、早稲田のスーパーグローバル大学創生支援事業・数物系科学拠点が開催しているイベントですが、今年度は早稲田と英国・オックスフォード大学との大学間協定の締結を土台とし、数学分野でよりスケールの大きい研究や教育面での交流を目指した「Oxford-Waseda in Mathematics」というセッションが設けた。

2021/3/9-3/12

Lecture series on Mathematical Fluid Dynamics in Waseda, YouTube 同時配, 英語

Zoom ウェビナー によるオンライン開催

## 3) 外部研究資金の申請・採択状況

### ■スーパーグローバル大学創成支援 (公的)拠点代表者)

2020 年度 ¥49,818,000 円 (継続)

2021 年度 ¥51,069,000 円 (継続)

### ■科学研究費補助金 基盤研究(A)

研究期間 2017 年度-2021 年度

研究課題番号 17H01097

研究課題名 2 相流の数学理論の構築

2020 年度 8,450 千円 (直接経費: 6,500 千円、間接経費: 1,950 千円) (継続)

2021 年度 8,450 千円 (直接経費: 6,500 千円、間接経費: 1,950 千円) (継続)

### ■豊田中央研・本直・自己駆動型粒子群の連続体モデルに関する研究(受託・研究代表者)

2020 年度 2,000 千円 (新規)

#### 4) 2021 年に計画しているシンポジウム、ワークショップ等

■ 2021/4/13–2021/4/16 A lecture week on Mathematical Fluid Dynamics

■ 2021/5/11–2021/5/14 A lecture week on Mathematical Fluid Dynamics

■ 2021/11/30–2021/12/3

International Workshop on Multiphase Flows Analysis, Modelling and Numerics

■ 2021/12/6–2021/12/8

流体数学の国際研究集会、

#### 5) 受賞

なし

#### 6) その他の特筆事項

日本数学会会員

Journal of Mathematical Fluid Mechanics 編集委員